

姓名

日期

期別

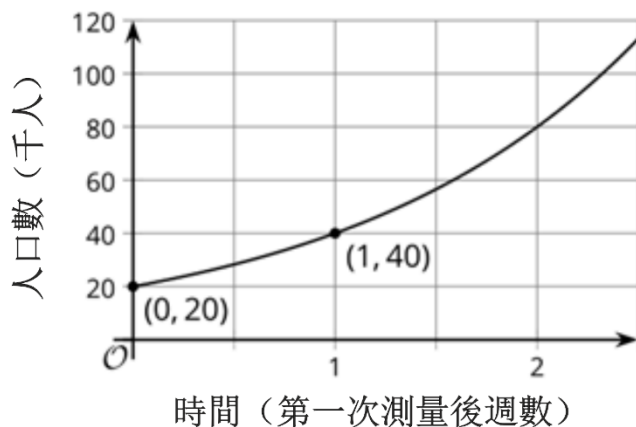
家長引導素材

指數函數和方程式

在本單元中，學生將學會指數函數，並利用它們來解決問題。指數函數可用於模擬現實世界中的許多情況。例如：

- 許多人口呈指數增長，尤其是在資源充足的情況下。
- 傳染病初次傳入人群中時，時會以指數形式傳播。
- 放射性物質，如用於醫療或核電站的放射性物質，會以可預測的方式呈指數衰變或減少。

下面的圖形顯示了首次測量 w 周後的昆蟲數量 pY （單位：千）。



昆蟲數量呈指數成長，每週翻一倍。有關 p 和 w 的方程式為 $p = 20 \cdot 2^w$ 。但是，如果我們想看看昆蟲數量每天增長的速度有多快呢？因為增長是指數級的，我們知道它每天都以同樣的倍數增長。如果一周的增長就要乘以 2，那麼一天的增長就要乘以 2 的七分之一次方 $2^{\frac{1}{7}}$ ，因為這個數字的七次方是 2。利用這個因子，如果 d 是測量昆蟲數量後的天數，則 p 和 d 之間的關係是 $p = 20 \cdot \left(2^{\frac{1}{7}}\right)^d$ 。現在我們有了一個方程式，可以用來按天而不是按周估算昆蟲數量。

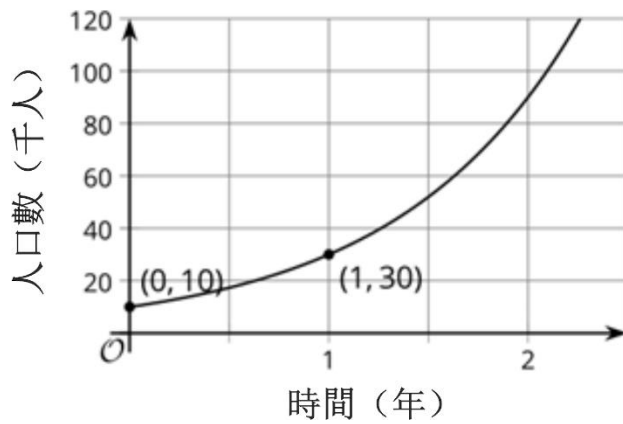
請與學生一起嘗試完成這個任務：

以下是不同的指數增長人口 a （單位：千人）的圖形，使用方程式 $a = 10 \cdot 3^t$ 。在此 t 是以年為單位的時間。

姓名

日期

期別



1. 標記的點 $(0,10)$ 和 $(1,30)$ 在此例中代表什麼？
2. 人口每月增長多少倍？提示：如何用一年中的月數來表示這個因子？
3. 以千為單位，寫出人口在第一次測量後 m 個月的方程式。
4. 大約幾個月後人口會達到 50,000？

解法：

1. 點 $(0,10)$ 表示人口在第一次測量時是 10,000 萬人，一年後是 30,000 人。
2. $3^{\frac{1}{12}}$
3. $p = 10 \cdot \left(3^{\frac{1}{12}}\right)^m$
4. 17 到 18 個月之間



© 創用 CC 授權姓名標示 2019 年 Illustrative Mathematics® 版權所有